مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

دوازدهم
ریاضی

آزمون شماره ۹
۱۹ بهمن ۱۴۰۳

پاسخنامه ریاضی ـ فیزیک

ردیف	نام درس	سرگروه	گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا)	ویراستاران
۱	حسابان		حسین شفیع‌زاده ـ مهرداد کیوان	مهدیار شریف ـ محمد منتظران
۲	هندسه	مهریار راشدی	امیرحسین ابومحبوب ـ حسن محمدبیگی احمدرضا فلاح	مهدیار شریف ـ داود روزبهانی
۳	گسسته	رضا توکلی	رضا توکلی ـ سوگند روشنی	مهدیار شریف ـ ابوالفضل فروغی
۴	فیزیک	جواد قزوینیان	مجتبی دانایی ـ محمدمهدی شریفی	محمدرضا خادمی ـ مهدیار شریف
۵	شیمی	مسعود جعفری	محبوبه بیک‌محمدی ـ مراد مدقالچی	ارسلان کریمی ـ کارو محمدی

واحد فنی (به ترتیب حروف الفبا)
زهرا احدی ـ امیرعلی الماسی ـ مبینا بهرامی ـ معین‌الدین تقی‌زاده ـ پریا رحیمی ـ مهرداد شمسی ـ راضیه صالحی ـ انسیه مرزبان

برای اطلاع از اخبار مرکز سنجش آموزش مدارس برتر، به کانال تلگرام @taraaznet مراجعه نمایید.

حسابان

۱. گزینه ۲ صحیح است.

مخرج به ازای $x=۱$ برابر صفر است. پس صورت هم به ازای $x=۱$ صفر خواهد شد.

$$f(۲)-۳f(۱)=۰\Rightarrow(۸+۲a+b)-۳(۲+a+b)=۰$$

$$\Rightarrow ۲a+b-۳a-۳b=-۲\Rightarrow a+۲b=۲$$

$$\overset{Hop}{=\!=}\lim_{x\to ۱}\frac{۲f'(۲x)-۳f'(x)}{۲x-۱}=۲\Rightarrow ۲f'(۲)-۳f'(۱)=۲$$

$$f'(x)=۴x+a\Rightarrow\begin{cases}f'(۲)=۸+a\\ f'(۱)=۴+a\end{cases}$$

$$\Rightarrow ۲f'(۲)-۳f'(۱)=۱۶+۲a-۱۲-۳a=۴-a$$

$$\Rightarrow ۴-a=۲\Rightarrow a=۲\Rightarrow b=۰$$

۲. گزینه ۱ صحیح است.

چون در نقطه‌ای به طول ۴ بر هم مماس‌اند، پس:

$$\begin{cases}f(۴)=g(۴)\\ f'(۴)=g'(۴)\end{cases}\Rightarrow ۱۶+۴a+b=۸$$

$$f'(x)=۲x+a$$

$$g'(x)=\frac{۳}{۲}\sqrt{x}\Rightarrow ۸+a=۳\Rightarrow a=-۵\Rightarrow b=۱۲$$

$$\Rightarrow g(x)=x^۲-۵x+۱۲\Rightarrow g(۲)=۴-۱۰+۱۲=۶$$

۳. گزینه ۴ صحیح است.

دقت کنید $f^{-۱}(x)=g(x)$ یعنی f و g وارون یکدیگر هستند. پس:

$$(gof)(x)=x$$

پس: $f'(x).g'(f(x))=۱$

راه‌حل دوم:

$$g(f(x))=g(x+۲\sqrt{x})=(\sqrt{x+۲\sqrt{x}+۱}-۱)^۲$$

$$=(\sqrt{(\sqrt{x}+۱)^۲}-۱)^۲=(\sqrt{x}+۱-۱)^۲=(\sqrt{x})^۲=x$$

$$(g(f(x)))'=۱\Rightarrow f'(x)g'(f(x))=۱$$

۴. گزینه ۱ صحیح است.

$$f'(x)=\frac{۱}{۲}\tan^{-\frac{۱}{۲}}\frac{\pi}{۲\sqrt{x+۳}}\times\frac{-\pi}{(x+۳)\sqrt{x+۳}}\times\frac{۱}{۴}$$

$$f'(۱)=\frac{۱}{۲}\times۱\times\frac{-\pi}{۱۶\times۲}=\frac{-\pi}{۶۴}$$

۵. گزینه۳ صحیح است.

$$p'(x)=۳x^۲-۶x+۲a$$

$$p''(x)=۶x-۶$$

$$p''(x)=۰\Rightarrow x=۱\Rightarrow p(۱)=-۵$$

$$۳a-۲=-۵\Rightarrow a=-۱$$

۶. گزینه ۲ صحیح است.

$$f(۲x)=xg(۳x)+۴x+۱\Rightarrow ۲f'(۲x)=g(۳x)+۳xg'(۳x)+۴$$

$$\xrightarrow{x=۰}۲f'(۰)=g(۰)+۴$$

$$f'(x)=۳+\frac{۴}{۲\sqrt{۲x+۱}}\Rightarrow f'(۰)=۳+۲=۵$$

$$g(۰)=۱۰-۴=۶$$

۷. گزینه ۱ صحیح است.

A $\left|\begin{matrix}\alpha\\ ۳-\frac{۶}{\alpha}\end{matrix}\right.$, O $\left|\begin{matrix}۰\\ ۰\end{matrix}\right.$ نقطهٔ تماس

خط مماس از نقطهٔ A و مبدأ مختصات عبور می‌کند.

$$m_{OA}=f'(\alpha)=\frac{۳-\frac{۶}{\alpha}}{\alpha}=\frac{۶}{\alpha^۲}$$

$$\Rightarrow ۳-\frac{۶}{\alpha}=\frac{۶}{\alpha}\Rightarrow\frac{۱۲}{\alpha}=۳\Rightarrow\alpha=۴$$

۸. گزینه ۳ صحیح است.

نکته:

$$f(\alpha)=۰\ ,\ y=g(x)f(x)\Rightarrow y'(\alpha)=g(\alpha)f'(\alpha)$$

به طوری‌که f مشتق‌پذیر در α و g پیوسته در α باشد.

$$f'(x)=\frac{۱}{۲\sqrt{x}}(\sqrt[n]{x}-۱)+\frac{۱}{n\sqrt[n]{x^{n-۱}}}(\sqrt{x}-۱)$$

$$f''(۱)=\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{n}+\frac{۱}{n}\times\frac{۱}{۲}=\frac{۱}{n}$$

پس $n=۲۰$.

۹. گزینه ۴ صحیح است.

$$f'(x)=\frac{۲}{\sqrt{x}}+۹g^۲(x)g'(x)$$

$$f'(۱)=۲+۹g^۲(۱)g'(۱)\Rightarrow g'(۱)=۰$$

جملات دوم و سوم به‌ازای $x=۱$ نوشته شده است.

$$f''(x)=\frac{-۱}{x\sqrt{x}}+g''(۱)\times۹g^۲(۱)+۰$$

$$f''(۱)=-۱+۳۶g''(۱)=۳۵$$

۱۰. گزینه ۲ صحیح است.

$$(fog')'(\frac{\pi}{۲})=g''(\frac{\pi}{۲}).f'(g'(\frac{\pi}{۲}))$$

$$f'(x)=\frac{۲}{\pi}x+\cos x$$

$$f''(x)=\frac{۲}{\pi}-\sin x$$

$$g'(x)=\frac{۲}{\pi}x-\sin x\ ,\ g''(x)=\frac{۲}{\pi}-\cos x$$

$$g'(\frac{\pi}{۲})=۰$$

$$\text{حاصل}=\underbrace{g''(\frac{\pi}{۲})}_{\frac{۲}{\pi}}.\underbrace{f'(۰)}_{۱}=\frac{۲}{\pi}$$

۱۱. گزینه ۳ صحیح است.

خط MN : $y=x+۲$

این خط در $x=-۱$ بر نمودار f مماس است. پس معادلهٔ حاصل از تلاقی آنها ریشهٔ مضاعف ۱− دارد. یعنی:

$$\begin{cases}f(x)=\frac{ax}{۲x+b}\Rightarrow\frac{ax}{۲x+b}=(x+۲)\\ y=x+۲\end{cases}$$

$$\Rightarrow ۲x^۲+۴x+bx+۲b-ax=۰$$

$$۲x^۲+(۴+b-a)x+۲b=۰\Rightarrow\begin{cases}۴+b-a=۴\\ b=۱\end{cases}\Rightarrow a=۱$$

۱۲. گزینه ۳ صحیح است.

$$y = f'of(x) \Rightarrow y' = f'(x).f''(f(x))$$
$$\Rightarrow y'(۱) = f'(۱).f''(f(۱)) \xrightarrow{f(۱)=۱} y'(۱) = f'(۱).f''(۱)$$

از طرفی:

$$f'(x) = ۳x^۲ + a \Rightarrow f'(۱) = ۳ + a$$
$$f''(x) = ۶x \Rightarrow f''(۱) = ۶$$
$$\Rightarrow ۶(۳ + a) = ۱۲ \Rightarrow a = -۱$$

۱۳. گزینه ۴ صحیح است.

می‌دانیم اگر تابعی از درجه دوم باشد، آهنگ تغییر متوسط آن در بازهٔ $[\alpha , \beta]$ با آهنگ تغییر لحظه‌ای آن در $\frac{\alpha+\beta}{۲}$ برابر است.

چون fog و gof هر دو از درجه ۲ هستند، پس ابتدا برای یافتن آهنگ تغییر متوسط تابع fog در بازهٔ $[۴ , -۲]$ داریم:

$$\frac{-۲+۴}{۲} = ۱ \Rightarrow \text{آهنگ متوسط} = (fog)'(۱)$$

یعنی:

$$(fog)'(۱) = (gof)'(\alpha)$$
$$\Rightarrow g'(۱)f'(g(۱)) = f'(\alpha).g'(f(\alpha)) \Rightarrow \begin{cases} g'(x) = ۴x - ۱ \\ f'(x) = -\frac{۱}{۲} \end{cases}$$
$$\Rightarrow ۳ \times -\frac{۱}{۲} = -\frac{۱}{۲}(۴(۲ - \frac{\alpha}{۲}) - ۱) \Rightarrow ۳ = ۸ - ۲\alpha - ۱ \Rightarrow ۲\alpha = ۴$$
$$\Rightarrow \alpha = ۲$$

۱۴. گزینه ۱ صحیح است.

$$\text{آهنگ تغییر متوسط} = \frac{f(a)-f(۱)}{a-۱} = \frac{۲a - \sqrt{a} - (۲-۱)}{a-۱}$$
$$= \frac{۲a - \sqrt{a} - ۱}{a-۱} = \frac{(\sqrt{a}-۱)(۲\sqrt{a}+۱)}{(\sqrt{a}-۱)(\sqrt{a}+۱)} = \frac{۲\sqrt{a}+۱}{\sqrt{a}+۱}$$

از طرفی $f'(x) = ۲ - \frac{۱}{۲\sqrt{x}} \Rightarrow f'(۴) = ۲ - \frac{۱}{۴} = \frac{۷}{۴}$

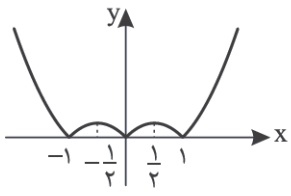
پس: $\frac{۲\sqrt{a}+۱}{\sqrt{a}+۱} = \frac{۷}{۴} \Rightarrow ۸\sqrt{a} + ۴ = ۷\sqrt{a} + ۷$

$$\sqrt{a} = ۳ \Rightarrow a = ۹$$
$$f'(۹) = ۲ - \frac{۱}{۶} = \frac{۱۱}{۶}$$

۱۵. گزینه ۴ صحیح است.

$$x \geq ۰ : f(x) = |x - x^۲|$$
$$x \leq ۰ : f(x) = |x + x^۲|$$

به کمک رسم نمودار، داریم:



طول نقاط بحرانی: $\{۰ , \frac{۱}{۲} , -\frac{۱}{۲} , ۱ , -۱\}$

$$f'(x) = ۰ \Rightarrow x = \pm\frac{۱}{۲}$$

در نقاط $x = ۰$ و $x = ۱$ و $x = -۱$ مشتق وجود ندارد.

۱۶. گزینه ۱ صحیح است.

$$x \leq ۲a \Rightarrow D_f = (-\infty , ۲a]$$
$$f'(x) = ۱ + a \times \frac{-۱}{۲\sqrt{۲a-x}} = \frac{۲\sqrt{۲a-x} - a}{۲\sqrt{۲a-x}}$$
$$f'(x) = ۰ \Rightarrow \sqrt{۲a-x} = \frac{a}{۲} \quad a > ۰$$
$$۲a - x = \frac{a^۲}{۴} \Rightarrow x_۰ = ۲a - \frac{a^۲}{۴}$$
$$f(x_۰) = ۲a - \frac{a^۲}{۴} + a\sqrt{\cancel{۲a} - \cancel{۲a} + \frac{a^۲}{۴}}$$
$$f(x_۰) = ۲a - \frac{a^۲}{۴} + \frac{a^۲}{۲} = ۲a + \frac{a^۲}{۴}$$
$$\Rightarrow ۲a + \frac{a^۲}{۴} = ۱۲ \Rightarrow a^۲ + ۸a - ۴۸ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} a = -۱۲ \text{ غ ق ق} \\ a = ۴ \end{cases}$$
$$a = ۴ \Rightarrow f(x) = x + ۴\sqrt{۸-x} \Rightarrow \max = f(۴) = ۱۲$$

۱۷. گزینه ۲ صحیح است.

ابتدا نقاط بحرانی و مقدار تابع را در نقاط بحرانی به دست می‌آوریم:

$$D_f = \mathbb{R}$$
$$f'(x) = \frac{۱}{۳\sqrt[۳]{x^۲}}(x - ۳۲) + \sqrt[۳]{x} = \frac{۴x - ۳۲}{۳\sqrt[۳]{x^۲}}$$

x		۰		۸	
f′	−	‖	−	۰	+
	↘	۰	↘	min	↗

$$f(۸) = ۲(-۲۴) = -۴۸$$

پس حداقل تابع $y = -۴۸$ است.

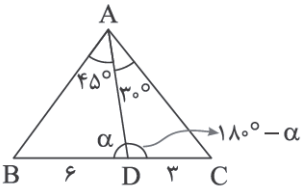
۱۸. گزینه ۴ صحیح است.

$$f(\sqrt{۵}) = \sqrt{۵} , f(-\sqrt{۵}) = -\sqrt{۵}$$
$$f'(x) = ۱ - ۲x \frac{-۲x}{۲\sqrt{۵-x^۲}} = ۱ + \frac{۲x}{\sqrt{۵-x^۲}}$$
$$f'(x) = ۰ \Rightarrow \sqrt{۵-x^۲} = -۲x \quad x < ۰$$
$$۵ - x^۲ = ۴x^۲ \Rightarrow x = -۱$$
$$f(-۱) = -۱ - ۴ = -۵$$
$$\max = \sqrt{۵} , \min = -۵ , \text{نسبت} = -\sqrt{۵}$$

هندسه

۱۹. گزینه ۲ صحیح است.

طبق قضیهٔ سینوس‌ها در دو مثلث $\overset{\Delta}{ABD}$ و $\overset{\Delta}{ADC}$ داریم:



$$\overset{\Delta}{ABD} : \frac{BD}{\sin ۴۵^\circ} = \frac{AB}{\sin \alpha} \Rightarrow \frac{۶}{\frac{\sqrt{۲}}{۲}} = \frac{AB}{\sin \alpha}$$
$$\Rightarrow AB = ۶\sqrt{۲}\sin \alpha \quad (۱)$$

$$\overset{\Delta}{ADC}: \frac{CD}{\sin ۳۰^\circ} = \frac{AC}{\sin(۱۸۰^\circ - \alpha)} \Rightarrow \frac{۳}{\frac{۱}{۲}} = \frac{AC}{\sin\alpha}$$

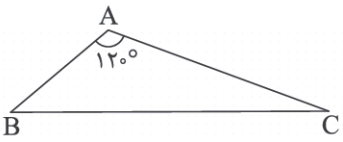
$$\Rightarrow AC = ۶\sin\alpha \quad (۲)$$

$$(۱)\ ,\ (۲) \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{۶\sqrt{۲}\sin\alpha}{۶\sin\alpha} = \sqrt{۲}$$

(هندسه یازدهم، صفحهٔ ۶۲)

۲۰. گزینه ۳ صحیح است.

طبق قضیهٔ کسینوس‌ها در مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ داریم:



$$BC^۲ = AB^۲ + AC^۲ - ۲AB\times AC\times\cos\hat{A}$$

$$\Rightarrow ۲۰ = ۱۲ - ۲AB\times AC(-\frac{۱}{۲}) \Rightarrow AB\times AC = ۸$$

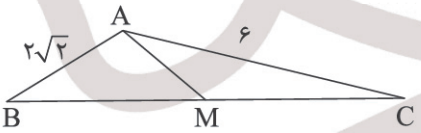
حال کافی است مربع مجموع طول اضلاع AB و AC را محاسبه کنیم.

$$(AB+AC)^۲ = AB^۲ + AC^۲ + ۲AB\times AC = ۱۲ + ۲\times ۸ = ۲۸$$

$$\xrightarrow{\text{جذر}} AB + AC = ۲\sqrt{۷}$$

(هندسه یازدهم، صفحهٔ ۶۴)

۲۱. گزینه ۱ صحیح است.



اگر $\hat{B}+\hat{C} = ۴۵^\circ$ باشد، آنگاه $\hat{A} = ۱۳۵^\circ$ است. بنابراین ابتدا به کمک قضیهٔ کسینوس‌ها، طول ضلع BC را محاسبه می‌کنیم.

$$BC^۲ = AB^۲ + AC^۲ - ۲AB\times AC\times\cos\hat{A}$$

$$= (۲\sqrt{۲})^۲ + ۶^۲ - ۲\times ۲\sqrt{۲}\times ۶\times(-\frac{\sqrt{۲}}{۲}) = ۸ + ۳۶ + ۲۴ = ۶۸$$

ضلع BC بزرگ‌ترین ضلع مثلث است، پس AM (میانهٔ وارد بر ضلع BC) کوتاه‌ترین میانهٔ این مثلث خواهد بود. طبق قضیهٔ میانه‌ها داریم:

$$AB^۲ + AC^۲ = ۲AM^۲ + \frac{BC^۲}{۲} \Rightarrow (۲\sqrt{۲})^۲ + ۶^۲ = ۲AM^۲ + \frac{۶۸}{۲}$$

$$\Rightarrow ۲AM^۲ = ۱۰ \Rightarrow AM^۲ = ۵ \Rightarrow AM = \sqrt{۵}$$

(هندسه یازدهم، صفحه‌های ۶۴ تا ۶۷)

۲۲. گزینه ۲ صحیح است.

مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ بنابر فرض $\hat{B} = ۹۰^\circ$ قائم‌الزاویه است و $b^۲ = a^۲ + c^۲$.

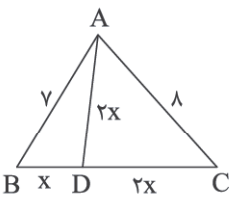
از طرف دیگر می‌دانیم مجموع مربعات طول سه میانهٔ هر مثلث مساوی $\frac{۳}{۴}$ برابر مجموع مربعات طول اضلاع آن است، پس:

$$m_a^۲ + m_b^۲ + m_c^۲ = \frac{۳}{۴}(a^۲ + b^۲ + c^۲)$$

$$\xrightarrow{b^۲ = a^۲ + c^۲} m_a^۲ + m_b^۲ + m_c^۲ = \frac{۳}{۴}(۲b^۲) = \frac{۳}{۲}b^۲$$

(هندسه یازدهم، صفحهٔ ۶۷)

۲۳. گزینه ۲ صحیح است.



مطابق شکل فرض کنید $BD = x$ باشد. در این صورت $AD = CD = ۲x$ است. طبق قضیهٔ استوارت در مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ داریم:

$$AB^۲\times CD + AC^۲\times BD = AD^۲\times BC + BD\times DC\times BC$$

$$\Rightarrow ۷^۲\times ۲x + ۸^۲\times x = ۴x^۲\times ۳x + x\times ۲x\times ۳x$$

$$\Rightarrow ۱۶۲x = ۱۸x^۳ \xrightarrow{\div x} ۱۸x^۲ = ۱۶۲ \Rightarrow x^۲ = ۹ \xrightarrow{x>۰} x = ۳$$

بنابراین طول پاره‌خط BC برابر است با:

$$BC = ۳x = ۳\times ۳ = ۹$$

(هندسه یازدهم، صفحهٔ ۶۷)

۲۴. گزینه ۳ صحیح است.

مرکز متوازی‌الاضلاع وسط قطر AB است. اگر نقطهٔ M وسط قطر AB باشد، خواهیم داشت:

$$M = \frac{A+B}{۲} = (\frac{-۱+۲}{۲}\ ,\ \frac{۳-۱}{۲}\ ,\ \frac{۱+۳}{۲}) = (\frac{۱}{۲}\ ,\ ۱\ ,\ ۲)$$

فاصلهٔ نقطهٔ $(x\ ,\ y\ ,\ z)$ از محور xها برابر $\sqrt{y^۲+z^۲}$ است. بنابراین:

فاصلهٔ M تا محور xها $= \sqrt{۱^۲ + ۲^۲} = \sqrt{۵}$

(هندسه دوازدهم، صفحهٔ ۶۶)

۲۵. گزینه ۴ صحیح است.

مجموعهٔ مورد نظر فضای محصور درون و روی مکعب مستطیلی به ابعاد ۵، ۳ و ۴ را نشان می‌دهد.

$$\begin{cases} x = ۴ - (-۱) = ۵ \\ y = ۵ - ۲ = ۳ \\ z = ۲ - (-۲) = ۴ \end{cases}$$

بیشترین فاصلهٔ دو نقطه از نقاط درون یا روی مکعب مستطیل، برابر طول قطر مکعب مستطیل است که این مقدار برابر است با:

$$\sqrt{۵^۲ + ۳^۲ + ۴^۲} = \sqrt{۵۰} = ۵\sqrt{۲}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۶۶ تا ۶۸)

۲۶. گزینه ۲ صحیح است.

مؤلفه‌های x و y در هر سه نقطه ثابت است، پس این سه نقطه روی خطی موازی با محور Oz یا عمود بر صفحهٔ xy قرار دارند. فاصلهٔ این نقاط تا محور Oz برابر $\sqrt{x^۲+y^۲} = \sqrt{۱+(-۲)^۲}$ یعنی $\sqrt{۵}$ است.

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

۲۷. گزینه ۲ صحیح است.

راستای خط d بر محورهای Oy و Oz عمود است. پس معادلهٔ آن به فرم $\begin{cases} y = m \\ z = n \end{cases}$ است. در همهٔ نقاط روی خط d مؤلفهٔ y مقداری ثابت و برابر ۳ واحد و مؤلفهٔ z برابر ۱ واحد است پس معادلهٔ خط d به صورت $d: \begin{cases} y = ۳ \\ z = ۱ \end{cases}$ می‌باشد.

همچنین صفحه رنگی بر محور Oy عمود و همهٔ نقاط روی آن دارای مؤلفهٔ y برابر ۳ واحد هستند. پس معادلهٔ این صفحه $y = ۳$ می‌باشد.

(هندسه دوازدهم، صفحهٔ ۶۸)

۲۸. گزینه ۱ صحیح است.

با توجه به اینکه $\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ است، داریم:

$$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AO} - \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CO} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CO}$$
$$= (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB}) + (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CO}) = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{OB} + (-\overrightarrow{OB}) = \vec{O}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۶۹ تا ۷۲)

۲۹. گزینه ۴ صحیح است.

نقطهٔ M روی پاره‌خط AB قرار دارد. پس بردارهای $\overrightarrow{AM}$ و $\overrightarrow{MB}$ هم‌جهت هستند. پس از فرض $|\overrightarrow{AM}| = \frac{۱}{۳}|\overrightarrow{BM}|$ نتیجه می‌گیریم $\overrightarrow{AM} = \frac{۱}{۳}\overrightarrow{MB}$. بنابراین:

$$۳\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB} \Rightarrow ۳(M - A) = B - M \Rightarrow ۳M - ۳A = B - M$$
$$\Rightarrow ۴M = ۳A + B \Rightarrow ۴M = ۳(۲, ۱, -۱) + (۰, -۴, -۲)$$
$$= (۶, -۱, -۵) \Rightarrow M(\frac{۳}{۲}, -\frac{۱}{۴}, -\frac{۵}{۴})$$

چون $x_M > ۰$ و $y_M < ۰$ و $z_M < ۰$ پس نقطهٔ M در ناحیهٔ هشتم دستگاه مختصات فضایی $\mathbb{R}^۳$ قرار دارد.

(هندسه دوازدهم، صفحهٔ ۷۳)

۳۰. گزینه ۴ صحیح است.

نقاط $A = (۲, -۱, ۳)$ و $B = (۳, a, b)$ و $C = (۱, ۲, -۱)$ روی یک خط قرار دارند پس باید $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{AC}$ باشد. بنابراین:

$$\overrightarrow{AB} = B - A = (۱, a+۱, b-۳)$$
$$\overrightarrow{AC} = C - A = (-۱, ۳, -۴)$$

$$\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{AC} \Rightarrow \frac{۱}{-۱} = \frac{a+۱}{۳} = \frac{b-۳}{-۴} \Rightarrow \begin{cases} \frac{a+۱}{۳} = -۱ \Rightarrow a = -۴ \\ \frac{b-۳}{-۴} = -۱ \Rightarrow b = ۷ \end{cases}$$

در نتیجه $۲a + b = -۱$.

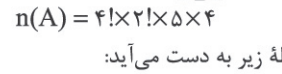
(هندسه دوازدهم، صفحهٔ ۷۶)

ریاضیات گسسته

۳۱. گزینه ۳ صحیح است.

تعداد کل حالات قرار گرفتن ۷ نفر کنار هم $۷!$ است.

تعداد حالاتی که بین علی و رضا دقیقاً ۲ نفر باشد، برابر است با:



$$n(A) = ۴! \times ۲! \times ۵ \times ۴$$

بنابراین احتمال مطلوب سؤال، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۴! \times ۲! \times ۵ \times ۴}{۷!} = \frac{۴}{۲۱}$$

$۷! = ۷ \times ۶ \times ۵ \times ۴!$

(ریاضی دهم، صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۱)

۳۲. گزینه ۳ صحیح است.

اگر A اعداد بخش‌پذیر بر ۶ و B اعداد بخش‌پذیر بر ۸ باشد، داریم:

$$P(A \cup B') = P(A' \cap B)' = P(B - A)' = ۱ - P(B - A)$$
$$P(B - A) = P(B) - P(A \cap B)$$
$$= \frac{(\left[\frac{۹۹}{۸}\right] - \left[\frac{۹}{۸}\right]) - (\left[\frac{۹۹}{۲۴}\right] - \left[\frac{۹}{۲۴}\right])}{۹۰} = \frac{۱۱ - ۴}{۹۰} = \frac{۷}{۹۰}$$
$$\Rightarrow ۱ - P(B - A) = ۱ - \frac{۷}{۹۰} = \frac{۸۳}{۹۰}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه‌های ۳۸ تا ۴۳)

۳۳. گزینه ۱ صحیح است.

فرض کنید $P(A \cap B) = x$ باشد.

$$P(A') = ۲x \Rightarrow P(A) = ۱ - ۲x$$
$$P(B') = ۳x \Rightarrow P(B) = ۱ - ۳x$$

چون $A \cup B = S$ است، داریم:

$$P(A \cup B) = ۱ \Rightarrow P(A) + P(B) - P(A \cap B) = ۱$$
$$\Rightarrow ۱ = ۱ - ۲x + ۱ - ۳x - x \Rightarrow x = \frac{۱}{۶}$$
$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = ۱ - ۲x - x = ۱ - \frac{۳}{۶} = \frac{۱}{۲}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه‌های ۳۸ و ۴۳)

۳۴. گزینه ۳ صحیح است.

چون فضا غیرهم‌شانس است پس داریم:

$$P(\{a, b, c, d\}) = ۵P(d)$$
$$\Rightarrow P(a) + P(b) + P(c) + P(d) = ۵P(d)$$
$$\Rightarrow P(a) + P(b) + P(c) = ۴P(d)$$
$$P(\{e, f, d\}) = ۱/۵P(d) \Rightarrow P(e) + P(d) + P(f) = ۱/۵P(d)$$
$$\Rightarrow P(e) + P(f) = \frac{۱}{۲}P(d)$$

اما می‌دانیم جمع تمام احتمال‌ها یک است.

$$\underbrace{P(a) + P(b) + P(c)}_{۴P(d)} + P(d) + \underbrace{P(e) + P(f)}_{\frac{۱}{۲}P(d)} = ۱$$
$$\Rightarrow P(d) = \frac{۲}{۱۱} \Rightarrow P(\{a, b, c\}) = \frac{۸}{۱۱}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه‌های ۴۴ و ۴۸)

۳۵. گزینه ۱ صحیح است.

چون $۲x_۳$ عددی زوج است، $x_۱ + x_۲$ هم باید زوج باشد. پس $x_۱$ و $x_۲$ یا هر دو زوج‌اند و یا هر دو فرد هستند.

$$۱) \begin{cases} x_۱ = ۲k_۱ \\ x_۲ = ۲k_۲ \end{cases} \Rightarrow ۲k_۱ + ۲k_۲ + ۲x_۳ = ۴۰$$
$$k_۱ + k_۲ + x_۳ = ۲۰ \Rightarrow \text{تعداد جواب‌ها} : \binom{۱۹}{۲} = ۱۷۱$$
$$۲) \begin{cases} x_۱ = ۲k_۱ - ۱ \\ x_۲ = ۲k_۲ - ۱ \end{cases} \Rightarrow ۲k_۱ - ۱ + ۲k_۲ - ۱ + ۲x_۳ = ۴۰$$
$$k_۱ + k_۲ + x_۳ = ۲۱ \Rightarrow \binom{۲۰}{۲} = ۱۹۰$$
$$\text{تعداد کل جواب‌ها} = ۱۷۱ + ۱۹۰ = ۳۶۱$$

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۶۰ و ۶۱)

۳۶. گزینه ۲ صحیح است.

می‌دانیم در بسط $(a + b + c + d)^{۱۲}$ جملاتی به فرم $a^{\alpha_۱}b^{\alpha_۲}c^{\alpha_۳}d^{\alpha_۴}$ داریم به طوری‌که $\alpha_۱ + \alpha_۲ + \alpha_۳ + \alpha_۴ = ۱۲$ می‌باشد. حال می‌خواهیم $\alpha_۱ = ۲$ باشد. پس داریم:

$$\alpha_۲ + \alpha_۳ + \alpha_۴ = ۱۰ \Rightarrow \binom{n + k - ۱}{k - ۱} = \binom{۱۲}{۲} = ۶۶$$

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۶۰ و ۶۱)

۳۷. گزینه ۱ صحیح است.

فرض کنید x_i تعداد گل نوع i ام باشد.

$$x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=8$$
$$0\le x_i\le 7$$
$$1\le i\le 5$$

این معادله $\binom{12}{4}=495$ جواب دارد. اما اگر یکی از x_i ها، ۸ باشد قابل قبول نمی‌باشد. پس ۵ جواب آن قابل قبول نمی‌باشد و جواب مسئله ۴۹۰ است.

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۶۰ و ۶۱)

۳۸. گزینه ۱ صحیح است.

مجموع کل دریه‌های مربع لاتین $n\times n$ برابر $\frac{n^2(n+1)}{2}$ است.

بنابراین $n=3$ است و مجموع مقادیر علامت زده شده در شکل زیر زمانی حداکثر است که مربع لاتین به صورت

×		×
×		×

۱	۲	۳
۲	۳	۱
۳	۱	۲

باشد و حداکثر مجموع $9=3+2+3+1$ است.

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۶۲ و ۶۳)

۳۹. گزینه ۴ صحیح است.

اولاً x نباید ۲ و ۳ باشد، زیرا دریه نباید مشابه دریه‌های سطر یا ستونی باشد که در آن قرار دارد و $x=1$ هم نمی‌تواند باشد زیرا با توجه به دو مربع لاتین اگر $x=1$ باشد، دو مربع زیر:

۱	۳	۲	۴
۳		۱	

,

۳			
		۳	

متعامد نیستند، در نتیجه $x=4$ باشد.

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۶۴ تا ۶۶)

۴۰. گزینه ۳ صحیح است.

ابتدا مربع‌های A و B را تعیین می‌کنیم که با کنار هم قراردادن آنها مربع C ساخته شود. حال A و B را کامل می‌کنیم. دقت کنید قطر اصلی B همهٔ دریه‌ها متمایز می‌باشد.

۱		۳	۴
	۱	۴	
	۴	۱	
۴			۱

A

۱			
	۲		
۳			

B

۱	۲	۳	۴
۲	۱	۴	۳
۳	۴	۱	۲
۴	۳	۲	۱

A

۱	۳	۴	۲
۴	۲	۱	۳
۲	۴	۳	۱
۳	۱	۲	۴

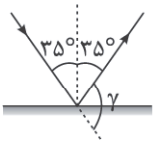
B

و جواب مسئله ۲۱ می‌باشد.

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۶۸ و ۶۹)

فیزیک

۴۱. گزینه ۴ صحیح است.



زاویهٔ جبههٔ موج بازتابیده با سطح همان زاویهٔ بازتابش است. بنابراین زاویهٔ تابش نیز 35° است. $\theta_i=\theta_r=35^\circ$

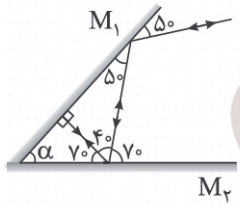
برای محاسبهٔ زاویهٔ انحراف نیز کافی است زاویهٔ امتداد پرتو تابش و پرتو بازتابش را به دست آوریم:

$$\gamma=180-2(35)=110^\circ$$

دقت کنید زاویهٔ انحراف در بازتابش از آینهٔ تخت مکمل زاویهٔ بین پرتو تابش و بازتابش است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۴)

۴۲. گزینه ۲ صحیح است.



$$\alpha+90+70=180\Rightarrow\alpha=20^\circ$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۴)

۴۳. گزینه ۲ صحیح است.

خفاش از دهان یا بینی خود امواج فراصوت تولید می‌کند. از مکان‌یابی پژواکی جهت تعیین فاصله و از اثر دوپلر جهت تعیین سرعت حرکت اجسام استفاده می‌کند.

(فیزیک دوازدهم، صفحهٔ ۹۲)

۴۴. گزینه ۴ صحیح است.

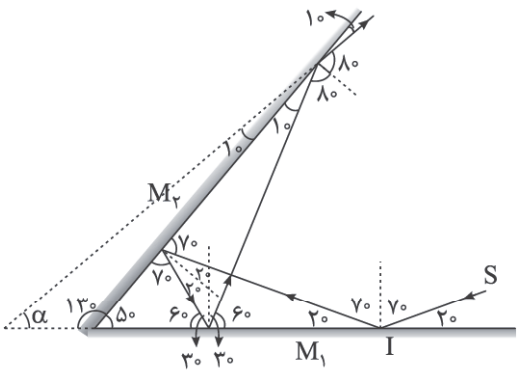
$$\lambda=\frac{c}{f}=\frac{3\times10^8}{500\times10^{12}}=0/6\times10^{-6}\,m=0/6\mu m$$

بازتاب از سطح ۱ نامنظم یا پخشنده است. $d_1=10\mu m>>0/6\mu m\rightarrow$

بازتاب از سطح ۲ منظم است. $d_2=0/01\mu m<<0/6\mu m\rightarrow$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۴)

۴۵. گزینه ۲ صحیح است.



$$\alpha+130+10=180\Rightarrow\alpha=40^\circ$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۴)

۴۶. گزینه ۴ صحیح است.

فاصلهٔ بین جبهه‌ها همان طول موج است.

$$\frac{\lambda_۲}{\lambda_۱}=\frac{n_۱}{n_۲}\Rightarrow\frac{\lambda_۲}{۰/۶}=\frac{۱}{\frac{۴}{۳}}\Rightarrow\lambda_۲=۰/۴۵\,m$$

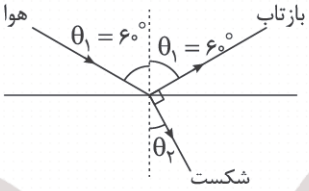
$$\Rightarrow\Delta\lambda=۴۵-۶۰=-۱۵\,cm$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۰)

۴۷. گزینه ۳ صحیح است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۰)

۴۸. گزینه ۱ صحیح است.



$$\theta_۱+\theta_۲=۹۰\Rightarrow\theta_۲=۳۰^\circ$$

$$\frac{\lambda_{۲\,\text{غلیظ}}}{\lambda_{۱\,\text{رقیق}}}=\frac{\sin\theta_۲}{\sin\theta_۱}=\frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}=\frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۰)

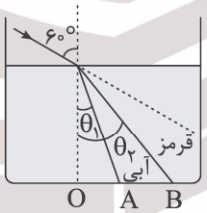
۴۹. گزینه ۴ صحیح است.

$$\frac{\lambda_۳}{\lambda_۱}=\frac{\sin\theta_۳}{\sin\theta_۱}=\frac{\sin۴۵^\circ}{\sin۶۰^\circ}=\frac{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}=\frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۳}}=\frac{\sqrt{۶}}{۳}$$

$$\frac{v_۴}{v_۲}=\frac{\sin\theta_۴}{\sin\theta_۲}=\frac{\sin۶۰}{\sin۳۰}=\frac{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{\frac{۱}{۲}}=\sqrt{۳}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۰)

۵۰. گزینه ۳ صحیح است.



$\overline{AB}=?$

با استفاده از رابطهٔ دکارت:

$$۱\times\sin۶۰=\frac{۱۷}{۱۲}\sin\theta_۱\quad(I)$$

$$۱\times\sin۶۰=\frac{۱۷}{۱۶}\sin\theta_۲\quad(II)$$

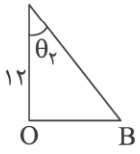
$$\begin{cases}(I):۱\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}=\frac{۱۷}{۱۲}\sin\theta_۱\Rightarrow\frac{۱۷}{۲۰}=\frac{۱۷}{۱۲}\sin\theta_۱\Rightarrow\sin\theta_۱=\frac{۱۲}{۲۰}=۰/۶\\(II):۱\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}=\frac{۱۷}{۱۶}\sin\theta_۲\Rightarrow\frac{۱۷}{۲۰}=\frac{۱۷}{۱۶}\sin\theta_۲\Rightarrow\sin\theta_۲=\frac{۱۶}{۲۰}=۰/۸\end{cases}$$

$$\sin\theta_۱=۰/۶\Rightarrow\tan\theta_۱=\frac{۳}{۴}$$

$$\sin\theta_۲=۰/۸\Rightarrow\tan\theta_۲=\frac{۴}{۳}$$

$$\tan\theta_۱=\frac{OA}{۱۲}\Rightarrow\frac{۳}{۴}=\frac{OA}{۱۲}\Rightarrow OA=۹\,cm$$

$$\tan\theta_۲=\frac{OB}{۱۲}\Rightarrow\frac{۴}{۳}=\frac{OB}{۱۲}\Rightarrow OB=۱۶\,cm$$



$$\Rightarrow\overline{AB}=\overline{OB}-\overline{OA}=۱۶-۹=۷\,cm$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۰)

۵۱. گزینه ۲ صحیح است.

فقط موارد (الف) و (ج) درست است. پراش وقتی بیشینه است که ابعاد شکاف برابر طول موج شود. در مورد (ب) و (د) چون ابعاد شکاف معلوم نیست، نمی‌توان اظهارنظر کرد.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۵)

۵۲. گزینه ۳ صحیح است.

در آزمایش یانگ، ضخامت یک نوار روشن یا یک نوار تاریک (W) متناسب با طول موج نور است.

$$\frac{W_{\text{آب}}}{W_{\text{هوا}}}=\frac{\lambda_{\text{آب}}}{\lambda_{\text{هوا}}}=\frac{n_{\text{هوا}}}{n_{\text{آب}}}\Rightarrow\frac{W_{\text{آب}}}{W_{\text{هوا}}}=\frac{n_{\text{هوا}}}{n_{\text{آب}}}$$

$$\Rightarrow\frac{W_{\text{آب}}}{۱۲}=\frac{۱}{\frac{۴}{۳}}\Rightarrow W_{\text{آب}}=۱۲\times\frac{۳}{۴}=۹\,mm$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۵)

۵۳. گزینه ۲ صحیح است.

بررسی گزینه‌ها:

۱) نادرست، طبق رابطهٔ $\lambda=\frac{۲L}{n}$ با دو برابر شدن طول، طول موج هم ۲ برابر می‌شود.

۲) درست، در یک تار دو انتها بسته داریم:

$$\lambda_n=\frac{۲L}{n}\ [\,n:\text{شماره هماهنگ}\,]$$

$$\Rightarrow\lambda_۳=\frac{۲L}{۳}\ ,\ \lambda_۵=\frac{۲L}{۵}\Rightarrow\frac{\lambda_۵}{\lambda_۳}=\frac{۳}{۵}$$

در نتیجه در هر صورت فارغ از طول تار، همواره طول موج هماهنگ پنجم $\frac{۳}{۵}$ برابر طول موج هماهنگ سوم است.

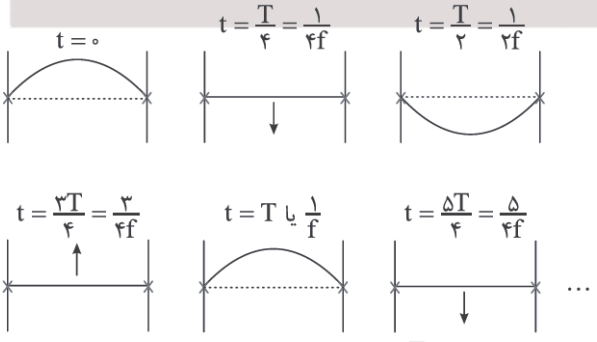
۳) نادرست، با توجه به رابطهٔ $f_۱=\frac{V}{۲L}$ اگر طول تار ۲۵ درصد افزایش یابد، بسامد $\frac{۱}{۱/۲۵}$ یا ۰/۸ برابر شده و ۲۰ درصد کاهش می‌یابد.

۴) نادرست، با توجه به رابطهٔ $\lambda_n=\frac{۲L}{n}$، با افزایش تعداد گره‌ها، طول موج کاهش می‌یابد.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۱۰)

۵۴. گزینه ۴ صحیح است.

با گذشت هر $\frac{T}{۴}$، شکل‌ها به صورت زیر تغییر می‌کند: $(f=\frac{۱}{T})$



در واقع در لحظات $t=(۲n-۱)\frac{T}{۴}$ یا $t=\frac{۲n-۱}{۴f}$ طناب به صورت افقی درمی‌آید. مثلاً در زمان‌های $\frac{۱}{۴f}$، $\frac{۳}{۴f}$، $\frac{۵}{۴f}$ و ... طناب کاملاً افقی می‌شود.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۱۰)

۵۵. گزینه ۳ صحیح است.

طبق رابطهٔ $L = n\frac{\lambda}{۲}$ برای هماهنگ اصلی $\lambda_۱ = ۲L$ است. اگر تار را بکشیم که قطر مقطع آن نصف شود، سطح مقطع تار $\frac{۱}{۴}$ برابر و طول تار چهار برابر می‌شود، بنابراین طول موج هماهنگ اصلی ۴ برابر می‌شود.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۱۰)

۵۶. گزینه ۳ صحیح است.

چون در جدول تریبوالکتریک پارچه پشمی بالاتر از تفلون است، الکترون‌ده خواهد بود و دارای بار مثبت می‌شود. در مدت ۱۰ ثانیه، ده میلیون الکترون مبادله می‌شود.

$$q = +ne \Rightarrow q = ۱۰\times۱۰^{۶}\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹} = ۱/۶\times۱۰^{-۱۲}C = ۱/۶pC$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۳ تا ۵)

۵۷. گزینه ۱ صحیح است.

طبق رابطهٔ کولن

$$\frac{F_۲}{F_۱} = (\frac{r_۱}{r_۲})^۲ \Rightarrow \frac{۱}{۹} = (\frac{r_۱}{r_۱+۴})^۲$$

$$\frac{۱}{۳} = \frac{r_۱}{r_۱+۴} \Rightarrow ۲r_۱ = ۴ \Rightarrow r_۱ = ۲m$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

۵۸. گزینه ۴ صحیح است.

تنها گزینهٔ ۴ درست است.

با بررسی گزینهٔ ۴ در قانون کولن داریم:

$$\begin{cases} r' = ۱/۲r \\ q'_۱ = ۱/۴۴q_۱ \\ q'_۲ = q_۲ \end{cases}$$

$$\frac{F'}{F} = \frac{|q'_۱q'_۲|}{|q_۱q_۲|}.(\frac{r}{r'})^۲ \Rightarrow \frac{F'}{F} = ۱/۴۴\times\frac{۱}{۱/۴۴} = ۱$$

سایر گزینه‌ها از قانون کولن پیروی نمی‌کنند.

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

۵۹. گزینه ۲ صحیح است.

ابتدا در حالت اول نیروی وارد بر $q_۳$ را به دست می‌آوریم ($q_۳$ را مثبت فرض می‌کنیم). دقت کنید چون می‌خواهیم نسبت بگیریم نیازی نیست واحدها در SI باشد.

$$F_۲ = \frac{kq_۳\times۲}{۴} \qquad F_۱ = \frac{kq_۳\times۴}{۱۶}$$

$$F_T = \vec{F}$$

$$\Rightarrow F_T = \frac{kq_۳\times۲}{۴} - \frac{kq_۳\times۴}{۱۶} \Rightarrow F_T = \frac{kq_۳}{۲} - \frac{kq_۳}{۴} = \frac{kq_۳}{۴}$$

حالت دوم:

$$F_۲ = \frac{kq_۳\times۲}{۱۶} \qquad F_۱ = \frac{kq_۳\times۴}{۴}$$

$$F'_T$$

$$F'_T = \frac{kq_۳\times۴}{۴} - \frac{kq_۳\times۲}{۱۶} \Rightarrow F_T = kq_۳ - \frac{kq_۳}{۸} = \frac{۷kq_۳}{۸}$$

$$|\frac{F'_T}{F_T}| = \frac{\frac{۷}{۸}}{\frac{۱}{۴}} = \frac{۷}{۲}$$

دقت کنید نیروی برایند در حالت اول به سمت چپ و در حالت دوم به سمت راست است، پس:

$$\vec{F}'_T = -\frac{۷}{۲}\vec{F}_T$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

۶۰. گزینه ۳ صحیح است.

ابتدا نیروی وارد از طرف $q_۲$ بر $q_۱$ را محاسبه می‌کنیم:

$$F_{۲۱} = \frac{k|q_۱q_۲|}{r^۲} = \frac{۹۰\times۴\times۴}{۴^۲} = ۹۰N$$

برای آنکه اندازهٔ نیروی وارد بر بار $q_۱$، ۵ برابر شود، از طرف بار دیگر باید نیروی ۳۶۰ نیوتونی هم‌جهت $F_{۲۱}$ به $q_۱$ وارد شود یا یک نیروی ۵۴۰ نیوتونی خلاف جهت $F_{۲۱}$ به آن وارد شود تا نیروی خالص بر بار $q_۱$، ۴۵۰ نیوتون شود.

$$q_۱ = -۴\mu C \quad q \quad q_۲ = ۴\mu C$$
$$x = -۲cm \quad F = ۹۰N \quad O \quad x = ۲cm$$

در حالت اول:

$$F' = ۳۶۰N \xleftarrow{F = ۹۰N} F'$$

$$\frac{k|qq_۱|}{r^۲} = ۳۶۰ \Rightarrow \frac{۹۰\times q\times۴}{۴} = ۳۶۰ \Rightarrow q = +۴\mu C$$

در حالت دوم:

$$F' = ۵۴۰N \quad F = ۹۰N$$

$$\frac{k|qq_۱|}{r^۲} = ۵۴۰ \Rightarrow \frac{۹۰\times q\times۴}{۴} = ۵۴۰ \xrightarrow{q<۰} q = -۶\mu C$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

۶۱. گزینه ۱ صحیح است.

چون شتاب $a < g$ و رو به پایین است، نیروی الکتریکی باید رو به بالا باشد و چون بار منفی است جهت میدان الکتریکی رو به پایین است.

$$a \downarrow \quad F_E \uparrow \quad mg \downarrow$$

$$\begin{cases} F_E = |q|E \\ W = mg \end{cases} \Rightarrow mg - F_E = ma$$

$$\Rightarrow ۲۰\times۱۰^{-۳}\times۱۰ - F_E = ۲۰\times۱۰^{-۳}\times۶$$

$$\Rightarrow F_E = ۲۰\times۱۰^{-۲} - ۱۲\times۱۰^{-۲} = ۸\times۱۰^{-۲}$$

$$|q|E = ۸\times۱۰^{-۲} \Rightarrow E = \frac{۸\times۱۰^{-۲}}{۱۰\times۱۰^{-۹}} = ۸\times۱۰^{۶}\frac{N}{C}$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۱۰ تا ۲۱)

۶۲. گزینه ۳ صحیح است.

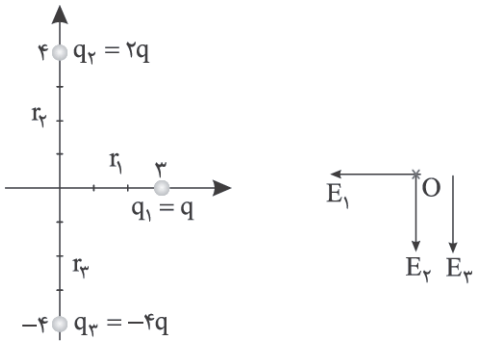
$$\sigma_۱ = \sigma_۲ \Rightarrow \frac{q_۱}{۴\pi r_۱^۲} = \frac{q_۲}{\varepsilon\pi r_۲^۲}$$

$$\frac{q}{۴\pi r_۱^۲} = \frac{۴q}{۴\pi r_۲^۲} \Rightarrow r_۲ = ۲r_۱$$

$$V = \frac{۴}{۳}\pi r^۳ \Rightarrow \frac{V_۱}{V_۲} = (\frac{r_۱}{r_۲})^۳ = \frac{۱}{۸}$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۱)

۶۳. گزینه ۱ صحیح است.



$$(I)\ \frac{E_۲}{E_۱} = \frac{q_۲}{q_۱}.(\frac{r_۱}{r_۲})^۲ \Rightarrow \frac{E_۲}{E_۱} = ۲\times(\frac{۳}{۴})^۲ = \frac{۹}{۸}$$

$$\Rightarrow \frac{E_۲}{۱۶۰} = \frac{۹}{۸} \Rightarrow E_۲ = ۱۸۰\frac{N}{C}$$

$$q_۳ = ۲q_۲\ ,\ r_۳ = r_۲ \Rightarrow E_۳ = ۲E_۲ \Rightarrow E_۳ = ۳۶۰\frac{N}{C}$$

بنابراین داریم:

$$\left.\begin{array}{l}\vec{E}_۱ = -۱۶۰\vec{i}\\ \vec{E}_۲ = -۱۸۰\vec{j}\\ \vec{E}_۳ = -۳۶۰\vec{j}\end{array}\right\} \Rightarrow \vec{E}_T = -۱۶۰\vec{i} - ۵۴۰\vec{j}$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۱۰ تا ۲۱)

۶۴. گزینه ۱ صحیح است.

چون بار از B به A رفته، پس $\Delta V = V_A - V_B$ است.

$$V_A - V_B = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow -۵۰-(+۵۰) = \frac{-۵۰\times۱۰^{-۳}}{q}$$

$$\Rightarrow q = \frac{-۵۰\times۱۰^{-۳}}{-۱۰۰} \Rightarrow q = ۵\times۱۰^{-۴} = ۵۰۰\times۱۰^{-۶}C = ۵۰۰\mu C$$

$$|\Delta V| = |Ed\cos\theta| \Rightarrow ۱۰۰ = ۴\times۱۰^{۳}\times d\times\frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow d = ۰/۰۵m = ۵cm$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۸)

۶۵. گزینه ۱ صحیح است.

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_E = K_۲ - K_۱$$

$$\Rightarrow F_E d\cos\theta = K_۲ - ۰ \xrightarrow{\theta=۰} W_E = E|q|d$$

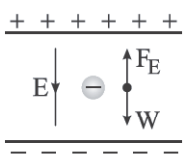
چون اندازهٔ بار الکترون و پرتون یکسان است، در جابه‌جایی یکسان کار نیروی میدان الکتریکی روی دو بار یکسان است. بنابراین تغییرات انرژی جنبشی آنها یکسان است. از رابطهٔ $K = \frac{۱}{۲}mv^۲$ چون جرم پروتون بیشتر از الکترون است، تندی حرکت الکترون باید بیشتر از تندی حرکت پروتون باشد.

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۶۶. گزینه ۳ صحیح است.

برای خنثی شدن نیروهای وارد بر ذره باید نیروی الکتریکی $(\vec{F}_E)$ رو به بالا به ذره وارد شود. بنابراین با توجه به اینکه ذرهٔ خنثی الکترون گرفته بار آن منفی است چون نیروی الکتریکی رو به بالاست، پس میدان الکتریکی رو به پایین است. در نتیجه صفحهٔ بالا دارای پتانسیل بیشتر یا در واقع همان صفحهٔ مثبت خواهد بود.

$$F_{net} = ۰ \Rightarrow F_E = W \Rightarrow E|q| = mg \Rightarrow \frac{\Delta V}{d}|q| = mg$$



$$\Rightarrow \frac{\Delta V}{۱۰^{-۱}}\times۲\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\times۱۰^{۱۳} = ۳/۲\times۱۰^{-۶}\times۱۰ \Rightarrow \Delta V = ۱V$$

$$\Rightarrow V_+ - V_- = ۱ \Rightarrow V_+ - ۲ = ۱ \Rightarrow V_+ = ۳V$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۸)

۶۷. گزینه ۳ صحیح است.

تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه مستقل از مسیر حرکت بار است و برای محاسبه می‌توانیم تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی را روی قطر AB حساب کنیم. به این ترتیب داریم:

$$\Delta U = -E|q|d\cos۰ = ۲\times۱۰^{۵}\times۶\times۱۰^{-۶}\times۸۰\times۱۰^{-۲}\times\cos(۱۲۰)$$

$$= ۹۶\times۱۰^{-۲}\times(-\frac{۱}{۲}) = -۰/۴۸J$$

دقت کنید چون بار منفی در جهت میدان الکتریکی حرکت کرده، انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش می‌یابد.

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۸)

۶۸. گزینه ۱ صحیح است.

$$\frac{C_۲}{C_۱} = \frac{k_۲}{k_۱}\times\frac{d_۱}{d_۲} = \frac{۵}{۲}\times\frac{d}{۲d} = \frac{۵}{۴}$$

$$\text{درصد تغییرات} = \frac{\Delta C}{C_۱}\times۱۰۰ = \frac{۱}{۴}\times۱۰۰ = ٪۲۵$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۶۹. گزینه ۲ صحیح است.

در یک خازن که از مولد (باتری) جدا شده است، بار الکتریکی ثابت می‌ماند.

$$E = \frac{\Delta V}{d} = \frac{\frac{q}{C}}{d} = \frac{q}{Cd} = \frac{q}{k\varepsilon_۰A}$$

طبق رابطهٔ بالا چون بار خازن ثابت است. میدان با k رابطهٔ عکس داشته و ارتباطی به فاصلهٔ صفحات ندارد.

$$\frac{E_۲}{E_۱} = \frac{k_۱}{k_۲} = \frac{k}{\frac{۱}{۲}k} = ۲$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۷۰. گزینه ۲ صحیح است.

هنگامی که خازن به مولد متصل باشد، با تغییر در ظرفیت آن، اختلاف پتانسیل دو سر آن تغییری نخواهد کرد. بنابراین با توجه به رابطهٔ $U = \frac{۱}{۲}CV^۲$ داریم:

$$U = \frac{۱}{۲}CV^۲ \Rightarrow \frac{U'}{U} = \frac{C'}{C} = ۱\ (I)$$

$$\xrightarrow{C=\frac{k\varepsilon_۰A}{d}} \frac{C'}{C} = \frac{k'}{k}\cdot\underbrace{\boxed{\frac{A'}{A}}}_{۱}\cdot\frac{d}{d'} \Rightarrow \frac{U'}{U} = \underbrace{\frac{k'}{k}}_{\substack{\uparrow k_{\text{هوا}}\\ \downarrow k_{\text{کاغذ}}}}\cdot\frac{d}{d'}$$

(چون تغییری در سطح مشترک دو صفحه ایجاد نشده است.)

$$(I) \Rightarrow ۱ = \frac{۱}{۳/۵} \times \frac{۱/۷۵}{d'} \Rightarrow d' = ۰/۵\,cm$$

$$\Rightarrow \Delta d = d' - d = -۱/۲۵\,cm$$

بنابراین گزینهٔ ۲ صحیح است.

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

شیمی

۷۱. گزینه ۲ صحیح است.

ترتیب درست آنتالپی سوختن ترکیبات داده شده به صورت زیر است:

۱) $C_۳H_۶ > C_۳H_۴ > C_۲H_۲$

۲) $C_۲H_۵OH > C_۲H_۲ > CH_۳OH$

۳) $C_۲H_۵OH > CH_۴ > CH_۳OH$

۴) $C_۳H_۸ > C_۲H_۶ > C_۲H_۴$

(شیمی یازدهم، صفحهٔ ۷۳)

۷۲. گزینه ۳ صحیح است.

عبارت‌های (آ)، (ب) و (ت) صحیح هستند.

بررسی عبارت‌ها:

آ) ترکیب آلی موجود در بادام، بنزآلدهید با فرمول مولکولی $C_۷H_۶O$ است.

ب) هر دو ترکیب دارای فرمول مولکولی $C_۶H_{۱۴}O$ بوده و از این رو ایزومرند و درصد جرمی کربن در آنها برابر است. اما با توجه به تفاوت در ساختار، دارای خواص فیزیکی، شیمیایی و سطح انرژی متفاوتی هستند.

پ) رازیانه، میخک و دارچین به ترتیب دارای گروه‌های عاملی اتر، کتون و آلدهید هستند. در حالی‌که ترکیب داده شده فاقد گروه اتری است.

ت) کتون‌های دارای ساختار خطی با پیوندهای یگانه میان اتم‌های کربن و الکل‌های خطی با یک پیوند $C = C$ در ساختار خود، دارای فرمول مولکولی $C_nH_{۲n}O$ می‌باشد.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)

۷۳. گزینه ۲ صحیح است.

عبارت‌های (ب) و (ت) درست هستند.

آ) در فرایند سوختن قند، خاک باغچه و در فرایند تجزیهٔ هیدروژن پراکسید، محلول پتاسیم یدید ($I^-(aq)$) به عنوان کاتالیزگر موجب افزایش سرعت واکنش می‌شود.

ب) در ظرف اول غلظت NO برابر ۰/۲ و $H_۲$ برابر ۱ بوده و در حالت دوم غلظت NO برابر ۰/۱ و غلظت $H_۲$ برابر ۰/۲۵ می‌باشد.

پ) به دلیل برابر بودن فشار در دو ظرف، سرعت واکنش در دو ظرف یکسان است.

ت) فلز پتاسیم میل واکنش‌پذیری بیشتری نسبت به سدیم داشته و در شرایط یکسان در واکنش با هیدروکلریک اسید، سرعت تولید گاز هیدروژن بیشتر است.

(شیمی یازدهم، صفحهٔ ۸۳)

۷۴. گزینه ۴ صحیح است.

۱) افزایش فشار تنها هنگامی مؤثر است که مواد اولیه به صورت گازی باشند.

۲) با افزودن آب، غلظت $H^+(aq)$ کمتر شده و سرعت واکنش کاهش می‌یابد.

۳) محلول پتاسیم یدید نقشی در این واکنش به عنوان کاتالیزگر ندارد.

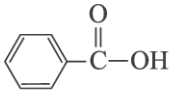
۴) با تغییر قطعه فلزی به براده، سطح تماس بیشتر شده و سرعت واکنش افزایش می‌یابد.

(شیمی یازدهم، صفحهٔ ۸۳)

۷۵. گزینه ۲ صحیح است.

عبارت‌های (آ) و (ت) نادرست هستند.

آ) با توجه به ساختار بنزوییک اسید، ۴ پیوند دوگانه و ۴ جفت الکترون ناپیوندی بر روی اتم‌های اکسیژن وجود دارد.



ب) بنزوییک اسید ترکیبی آروماتیک با ۱۹ پیوند اشتراکی است.

پ) ترکیب اشاره شده در دسته اسیدهای آلی بوده و هم‌خانواده با استیک اسید می‌باشد. این ترکیب می‌تواند سرعت واکنش‌های منجر به فساد مواد غذایی را کاهش دهد.

ت) فرمول مولکولی ترکیب $C_۷H_۶O_۲$ بوده و دارای گروه عاملی کربوکسیل است.

(شیمی یازدهم، صفحهٔ ۸۴)

۷۶. گزینه ۲ صحیح است.

$$NH_۴NO_۳ = ۸۰\,g.mol^{-۱}$$

$$\text{جرم محلول} = ۱۸۰\,g$$

$$Q = mc\Delta\theta = ۱۸۰ \times ۴/۲ \times ۷ = ۵۲۹۲\,J = ۵/۲۹۲\,kJ$$

$$\text{مقدار ماده خالص} = ۲۰\,g \times \frac{۸۰}{۱۰۰} = ۱۶\,g$$

$$۱\,mol\,NH_۴NO_۳ : ۸۰\,g \times \frac{۵/۲۹۲\,kJ}{۱۶\,g\,NH_۴NO_۳} = ۲۶/۴۶\,kJ$$

(شیمی یازدهم، صفحهٔ ۷۴)

۷۷. گزینه ۴ صحیح است.

واکنش دوم را می‌توان با ضرب واکنش چهارم در $\frac{۱}{۲}$، معکوس کردن و ضرب واکنش سوم در $\frac{۱}{۲}$ و معکوس کردن و ضرب واکنش اول در ۳ به دست آورد:

$$BCl_۳ + ۳HCl \rightarrow \frac{۱}{۲}B_۲H_۶ + ۳Cl_۲$$

$$\frac{۱}{۲}B_۲H_۶ + ۳H_۲O \rightarrow H_۳BO_۳ + ۳H_۲$$

$$۳H_۲ + ۳Cl_۲ \rightarrow ۶HCl$$

$$BCl_۳ + ۳H_۲O \rightarrow H_۳BO_۳ + ۳HCl$$

$$\Delta H = -۳(۱۸۴/۶) - \frac{۱}{۲}(۴۹۳/۴) + \frac{۱}{۲}(۱۳۷۴) = -۱۱۳/۵\,kJ$$

$$۷/۳\,g\,HCl \times \frac{۱\,mol\,HCl}{۳۶/۵\,g\,HCl} \times \frac{-۱۱۳/۵\,kJ}{۳\,mol\,HCl} = -۷/۵۶\,kJ$$

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۷۴ و ۷۵)

۷۸. گزینه ۴ صحیح است.

واکنش اشاره شده به صورت زیر است:

$$Zn(s) + CuSO_۴(aq) \rightarrow ZnSO_۴(aq) + Cu(s)$$

۱) با گذشت زمان و با مصرف محلول $CuSO_۴$، رنگ محلول روشن‌تر شده و به دلیل جایگزینی یون‌های $Zn^{۲+}(aq)$ به جای $Cu^{۲+}(aq)$، چگالی محلول بیشتر می‌شود.

۲) با گذشت زمان، شدت رنگ محلول همانند غلظت یون‌های $Cu^{2+}(aq)$ کمتر می‌شود.
۳) فرایند انجام شده به دلیل میل واکنش‌پذیری بیشتر Zn با جرم مولی بیشتر نسبت به Cu می‌باشد.
۴) اگر تمامی مس تولیدشده بر روی تیغهٔ روی قرار بگیرد، به تدریج جرم تیغهٔ فلزی کمتر می‌شود.

(شیمی یازدهم، صفحهٔ ۸۶)

۷۹. گزینه ۳ صحیح است.

باید دقت کنیم که سرعت یک مقدار مثبت بوده و نمی‌توان ضریب منفی برای $(\bar{R})$ در نظر گرفت.

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{-\Delta n_A}{\Delta t} = \frac{-\Delta n_B}{۸\Delta t} = \frac{\Delta n_C}{۱۲\Delta t} = \frac{\Delta n_D}{\Delta t}$$

$$\frac{\bar{R}_A}{۱} = \frac{\bar{R}_B}{۸} = \frac{\bar{R}_C}{۱۲} = \frac{\bar{R}_D}{۱}$$

(شیمی یازدهم، صفحهٔ ۹۲)

۸۰. گزینه ۴ صحیح است.

$$CH_۳OH \rightarrow CO + ۲H_۲$$

$$۳LiBH_۴ + ۳NH_۴Cl \rightarrow ۱B_۳N_۳H_۶ + ۳LiCl + ۹H_۲$$

$$\bar{R}_۲ = ۴\bar{R}_۱ \Rightarrow \frac{(R_{H_۲})_۱}{۹} = ۴\frac{(R_{H_۲})_۲}{۲}$$

$$\Rightarrow (R_{H_۲})_۱ = \frac{۳۶}{۲}(R_{H_۲})_۲ = ۱۸(R_{H_۲})_۲$$

$$\Delta n_{(H_۲)_۲} = ۱۸\Delta n\,(H_۲)_۱$$

$$\text{درصد جرمی هیدروژن در واکنش اول} = \frac{۱\times۲}{۱(۲)+۱۸(۲)}\times۱۰۰ = \frac{۲۰۰}{۳۸} = ٪۵/۲$$

(شیمی یازدهم، صفحهٔ ۹۲)

۸۱. گزینه ۳ صحیح است.

چهرهٔ پنهان ردپای غذا شامل تمامی منابعی است که در تهیهٔ غذا از آغاز تا سر سفره سهم دارند.

(شیمی یازدهم، صفحهٔ ۹۴)

۸۲. گزینه ۱ صحیح است.

با توجه به جرم $NO_۲$، ابتدا مقدار مول اولیهٔ آن را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,mol\,NO_۲ = ۲۷۶g\,NO_۲ \times \frac{۱mol\,NO_۲}{۴۶g\,NO_۲} = ۶mol\,NO_۲$$

تغییرات مول این ماده برابر است با:

$$\Delta n = ۶\times\frac{۵۰}{۱۰۰} = ۳mol$$

بنابراین سرعت مصرف این ماده با یکای لیتر بر دقیقه برابر است با:

$$\bar{R}_{NO_۲} = \frac{\Delta V_{NO_۲}}{\Delta t} = \frac{۳mol\times\frac{۲۲/۴L}{۱mol}}{۳۰۰s\times\frac{۱min}{۶۰s}} = ۱۳/۴۴\,L.min^{-۱}$$

از آنجا که ضریب استوکیومتری گازهای $NO_۲$ و NO برابر است، سرعت تولید NO نیز برابر با $۱۳/۴۴\,L.min^{-۱}$ است.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۸۵ تا ۹۰)

۸۳. گزینه ۲ صحیح است.

۱) قابلیت رسانایی الکتریکی از جمله خواص فیزیکی فلزها می‌باشد.
۲) تمامی عناصر دسته‌های d و f جدول، عنصر فلزی بوده، در عناصر دستهٔ s به جز هیدروژن و هلیم، مابقی عناصر فلز هستند و در عناصر دستهٔ p هر سه نوع عنصر فلز، نافلز و شبه‌فلز وجود دارند.
۳) عناصر فلزی در هر چهار دسته عناصر قرار داشته و رفتارهای فیزیکی و شیمیایی متفاوتی دارند.
۴) پس از دورهٔ سنگی، در دورهٔ برنز و سپس آهن، جوامع دچار دگرگونی و رشد چشمگیری شدند.

(شیمی دوازدهم، صفحهٔ ۸۳)

۸۴. گزینه ۲ صحیح است.

با وارد آمدن ضربه به یک فلز، کاتیون‌های فلزی همراه الکترون‌های پیرامون آنها جابه‌جا می‌شود. به همین دلیل دافعه میان کاتیون‌ها ایجاد نشده و شبکه بلوری باقی می‌ماند.
۳) در ترکیبات یونی و با وارد آمدن ضربه، به دلیل جابه‌جا شدن شبکهٔ بلوری، یون‌های همنام در کنار هم قرار گرفته و دافعه میان آنها باعث فروپاشی شبکهٔ بلوری می‌شود.
۴) شکل ارائه شده در توجیه یکی از رفتارهای فیزیکی فلزات (چکش‌خواری) ارائه شده است.

(شیمی دوازدهم، صفحهٔ ۸۴)

۸۵. گزینه ۱ صحیح است.

تنها عبارت دوم به درستی بیان شده است.
مورد اول: چگالی تیتانیم کمتر از فولاد زنگ نزن می‌باشد.
مورد سوم: تیتانیم و فولاد هر دو مقاومت عالی در برابر سایش دارند.
مورد چهارم: تیتانیم واکنش ناچیزی با ذره‌های موجود در آب دریا داشته و این امکان برای فولاد، متوسط است.

(شیمی دوازدهم، صفحهٔ ۸۷)

۸۶. گزینه ۱ صحیح است.

۲) برای جلوگیری از خوردگی فلزات می‌توان از رنگ‌هایی استفاده کرد که نوعی کلویید بوده و لایهٔ نازکی بر سطح فلز ایجاد می‌کنند.
۳) در دمای اتاق و فشار یک اتمسفر، تمامی فلزات (به‌جز Hg) و تمامی ترکیبات یونی یا کووالانسی به حالت جامد می‌باشند.
۴) ترکیبات یونی به این دلیل خنثی می‌باشند که مجموع بار کاتیون و آنیون‌های آنها برابر است. در حالی‌که در فلزها، برابری مجموع بار الکترون‌های غیرمستقر و کاتیون‌ها، باعث خنثی شدن شبکه بلور می‌شود.

(شیمی دوازدهم، صفحهٔ ۹۰)

۸۷. گزینه ۱ صحیح است.

با توجه به نمودار جذب داده شده مشخص می‌شود که گونهٔ مورد نظر در محدودهٔ طول موج ۴۰۰ تا ۵۰۰ نانومتر (طیف‌های آبی و بنفش) کمترین جذب را داشته و این طیف رنگی را بازتاب کرده است.

یون‌های $Cu^{2+}(aq)$ به رنگ آبی می‌باشند اما رنگ‌دانهٔ $TiO_۲$ سفید رنگ است و یون‌های محلول $V^{5+}(aq)$ به رنگ زرد می‌باشند.

(شیمی دوازدهم، صفحهٔ ۸۵)

۸۸. گزینه ۳ صحیح است.

عبارت‌های (ب) و (پ) به نادرستی بیان شده‌اند.

آ) با مصرف تدریجی گاز NO و مطابق واکنش $2NO + O_2 \rightarrow 2NO_2$، گاز NO_2 تولیدشده و با مصرف این گاز مطابق واکنش $NO_2 + O_2 \rightarrow NO + O_3$ اوزون تولید می‌شود.

ب) هوای آلودهٔ شهرها حاوی گازهای SO_2 و O_3 و NO و NO_2 و CO در کنار ذره‌های معلق و مواد آلی فرار می‌باشد.

پ) در میان آلاینده‌های تولیدشده ترتیب مقدار $CO > C_xH_y > NO$ وجود دارد.

ت) در لایهٔ تروپوسفر، گاز اوزون یک آلاینده بوده و با افزایش مقدار گازهای NO و NO_2 تولید می‌شود.

(شیمی دوازدهم، صفحهٔ ۹۴)

۸۹. گزینه ۴ صحیح است.

با استفاده از مبدل کاتالیستی، ۹۰ درصد آلاینده‌ها کاهش یافته اما ۱۰ درصد از آنها همچنان تولید می‌شود.

$$\text{مجموع آلاینده‌ها} = \frac{10}{100}(5/99 + 1/67 + 1/04) = 0/87g$$

$$10^5 \times \frac{50000km}{1} \times \frac{0/87g}{1km} \times \frac{1ton}{10^6 g} = 4350ton$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۹۴ و ۱۰۱)

۹۰. گزینه ۲ صحیح است.

تنها مورد اول به درستی بیان شده است.

مورد اول: تمامی واکنش‌ها (گرماگیر یا گرماده) برای آغاز واکنش نیازمند حداقلی از انرژی هستند که همان انرژی فعالسازی است.

مورد دوم: انرژی فعالسازی رابطه‌ای عکس و غیرخطی با سرعت واکنش دارد.

مورد سوم: انرژی فعالسازی، حداقل انرژی لازم است که به مواد اولیه می‌دهیم تا واکنش آغاز شود. مقدار این انرژی کمتر از مجموع آنتالپی پیوند در مواد اولیه است.

مورد چهارم: این انرژی از طریق گرما، نور، صوت، ایجاد جرقه یا یک تغییر ناگهانی همانند افزایش شدید فشار یا کاهش ناگهانی حجم ایجاد می‌شود.

(شیمی دوازدهم، صفحهٔ ۹۶)

۹۱. گزینه ۳ صحیح است.

۱) در هر دو حالت داده شده آنتالپی واکنش (تفاوت سطح انرژی مواد اولیه و حاصل) ثابت است.

۲) انرژی فعالسازی واکنش برگشت برای حالت‌های A و B به ترتیب ۲۰۰ و ۸۰ کیلوژول بوده و تفاوت آنها (۱۲۰ کیلوژول) کمتر از قدرمطلق آنتالپی واکنش (۱۳۰ کیلوژول) است.

۳) در حالت B سرعت واکنش بیشتر است و برای انجام واکنش در حالت A دمای بیشتری لازم است.

۴) واکنش در حالت B در حضور کاتالیزگر انجام می‌شود.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۹۸ و ۹۹)

۹۲. گزینه ۳ صحیح است.

۱) فرایند حذف اکسیدهای نیتروژن در دو نوع مبدل غیریکسان است.

۲) واکنش حذف آلاینده‌های CO ، NO و C_xH_y هر سه گرماده می‌باشند.

۳) انرژی فعالسازی واکنش $2NO \rightarrow N_2 + O_2$ بیشتر از واکنش $2CO + O_2 \rightarrow 2CO_2$ بوده و مقدار انرژی مبادله شده (آنتالپی واکنش) کمتر از واکنش حذف گاز CO می‌باشد.

۴) با استفاده از مبدل کاتالیستی خودروهای بنزینی، ترتیب کاهش مقدار آلاینده‌ها به صورت: $CO > C_xH_y > NO$ می‌باشد.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۰۱ و ۱۰۲)

۹۳. گزینه ۴ صحیح است.

تمامی موارد درست می‌باشند.

مورد اول: با تغییر حجم، مقدار ثابت تعادل ثابت مانده اما به دلیل کاهش فشار، تعادل در جهت مول گازی بیشتر (مسیر رفت) جابه‌جا شده و شمار مول‌های گازی بیشتر می‌شود.

مورد دوم: واکنش در جهت رفت و تولید محصول بیشتر جابه‌جا شده و بازده واکنش افزایش می‌یابد اما به دلیل افزایش حجم، غلظت تمامی گونه‌ها در تعادل کمتر می‌شود.

مورد سوم: واکنش در جهت رفت گرماگیر است و با افزایش دما در جهت رفت جابه‌جا می‌شود.

مورد چهارم: با کاهش دما، مقدار عددی ثابت تعادل کمتر شده و بخشی از تغییر جهت واکنش در جهت رفت جبران می‌شود.

(شیمی دوازدهم، صفحهٔ ۱۰۶)

۹۴. گزینه ۲ صحیح است.

در واکنش داده شده، تعداد مول‌های گازی در دو سمت برابر بوده و می‌توان از اعمال حجم ظرف صرف‌نظر کرد.

	CO	$+ H_2O$	$\rightleftharpoons CO_2$	$+ H_2$
	۲	۲	۰	۰
	۲−x	۲−x	x	x
	۰/۸	۰/۸	۱/۲	۱/۲

$$x = \frac{60}{100} \times 2 = 1/2mol$$

$$K = \frac{[CO_2][H_2]}{[CO][H_2O]} = \frac{12 \times 12 \times 10^{-2}}{8 \times 8 \times 10^{-2}} = \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{4} = 2/25$$

(شیمی دوازدهم، صفحهٔ ۱۰۳)

۹۵. گزینه ۱ صحیح است.

۱) هابر توانست با استفاده از کاتالیزگر مناسب، واکنش را در دماهای پایین‌تر و با سرعت مناسب انجام دهد اما همچنان درصد مولی آمونیاک در مخلوط مطلوب نبود.

۲) فرایند هابر، گرماده است و با افزایش دما، مقدار عددی ثابت تعادل کمتر می‌شود.

۳) با افزایش فشار، تعادل به سمت مول‌های گازی کمتر (جهت رفت) جابه‌جا شده و به دلیل بیشتر شدن غلظت مواد گازی، سرعت واکنش در هر دو جهت بیشتر می‌شود.

۴) با کاهش دمای سامانه به $(-40^\circ C)$ و به دلیل تفاوت نقطه جوش، گاز آمونیاک از سامانهٔ واکنشی به صورت مایع جدا می‌شود.

(شیمی دوازدهم، صفحهٔ ۱۰۹)